

نگاهی مختصر به

# منطق تطبیقی

## ارتباط میان منطق ریاضی و منطق ارسطویی در کتاب‌های درسی دبیرستان

سعید انواری

دانشیار دانشگاه علامه طباطبائی و مؤلف کتاب منطق پایه دهم

### اشاره

دانش‌آموزان در کتاب‌های «ریاضی و آمار (۲)» رشته علوم انسانی و «آمار و احتمال» رشته ریاضی و فیزیک پایه یازدهم با منطق ریاضی آشنا می‌شوند که به «منطق جدید» شهرت دارد. از طرف دیگر، دانش‌آموزان رشته علوم انسانی در درس منطق پایه دهم، منطق ارسطویی را می‌آموزند که «منطق قدیم» نامیده می‌شود. دو منطق قدیم و جدید با وجود مشابهت‌های بسیاری که دارند، دارای اختلافاتی نیز هستند. این موارد تحت عنوان «منطق تطبیقی» مورد بررسی قرار می‌گیرند. از آنجا که اطلاع دبیران منطق و ریاضی از نحوه ارتباط میان این درس‌ها، به تدریس هر یک از موارد (خصوصاً برای دانش‌آموزان علوم انسانی) کمک می‌کند، در این مقاله بخش‌های مشترک این دو درس مقایسه می‌شوند و به نکاتی اشاره می‌کنیم که توجه به آن‌ها باعث فهم بهتر نحوه ارتباط میان منطق قدیم و جدید می‌شود.

کلیدواژه‌ها: منطق، منطق ریاضی، منطق جدید، منطق قدیم، منطق تطبیقی، مغالطات

### مقدمه

فصل اول کتاب «ریاضی و آمار (۲)» علوم انسانی با عنوان «آشنایی با منطق و استدلال ریاضی» و درس اول کتاب «آمار و احتمال» رشته ریاضی و فیزیک پایه یازدهم با عنوان «آشنایی با منطق ریاضی»، به بخشی از مباحث منطق ریاضی پرداخته‌اند. منطق ریاضی در رشته فلسفه به منطق جدید شهرت دارد. منطق جدید کوشیده است، قواعد منطق سنتی (منطق قدیم) را در قالب فرمول‌ها و قواعد ریاضی ارائه کند تا از این طریق دقت استدلال‌ها افزایش یابد و از کج‌تابی‌های زبانی و اشتباهات و مغالطات ناشی از زبان طبیعی جلوگیری شود. از این پس در این مقاله از مباحث کتاب منطق پایه دهم علوم انسانی، با عنوان «منطق قدیم» و از مباحث منطق ریاضی با عنوان «منطق جدید» یاد می‌شود.



«گزاره» در منطق جدید (منطق ریاضی)، معادل «قضیه» در منطق قدیم است. به منطق قضایای شرطی و قیاس ناشی از آن‌ها (قیاس استثنایی) «منطق گزاره‌ها» و به منطق قضایای حملی و قیاس ناشی از آن‌ها (قیاس اقترانی) «منطق محمولات» گفته می‌شود. در منطق جدید از پنج علامت زیر برای نوشتن عبارت‌ها به زبان منطق ریاضی استفاده می‌شود:

ردیف	علامت	نام	مثال	نحوه بیان در منطق قدیم
۱	~	نقیض	~p	غیر الف
۲	∧	عاطف	P∧Q	الف و ب
۳	∨	فصل	P∨Q	الف یا ب
۴	⇒	شرطی	P⇒Q	اگر الف آنگاه ب
۵	⇔	دو شرطی <sup>۱</sup>	P⇔Q	اگر و تنها اگر الف آنگاه ب
۶	≡	هم ارزی	P≡Q	الف معادل ب است

همچنین در منطق جدید «صدق» (درست) را با «د» یا «T» و «کذب» (نادرست) را با «ن» یا «F» نشان می‌دهند.

### ترکیب عطفی

رابطه عطفی در منطق ریاضی (منطق جدید) که با نماد «∧» نشان داده می‌شود، یک گزاره مرکب را می‌سازد، مانند: «P∧Q» که یک گزاره مرکب است و صدق و کذب آن به صدق و کذب گزاره‌های اتمی تشکیل دهنده آن (یعنی P و Q) وابسته است.

اما در منطق قدیم، در صورت وجود رابطه عطفی، معمولاً آن را به دو قضیه بسیط تبدیل می‌کنند. مانند «دانش آموزان پسر آمدند و دانش آموزان دختر آمدند» که دو قضیه مستقل از یکدیگر به‌شمار می‌آیند. لذا در منطق قدیم، به ادات عطف و قضیه مرکب عطفی کمتر توجه شده است.

### ترکیب فصلی

در منطق قدیم، سه نوع قضیه شرطی منفصل وجود دارد که عبارت‌اند از: منفصله مانع‌الرفع؛ منفصله مانع‌الجمع و منفصله حقیقی. اما در منطق جدید تنها یک نماد برای ترکیب فصلی در نظر گرفته شده است. لذا لازم است تا رابطه میان منطق قدیم و جدید در این مبحث مشخص شود.

۱. **منفصله مانع‌الرفع:** ترکیب فصلی در منطق جدید معادل «یا» در زبان طبیعی است که با علامت «∨» نمادگذاری

می‌شود. اما باید توجه داشت که ترکیب فصلی در منطق جدید، تنها معادل قضیه شرطی انفصالی مانع‌الرفع (مانع‌الخلو) در منطق قدیم است.

شرطی مانع‌الرفع PVQ

۲. **منفصله مانع‌الجمع:** برای نوشتن قضایای شرطی انفصالی مانع‌الجمع به زبان منطق جدید، می‌توان قضایای مانع‌الجمع را به مانع‌الرفع تبدیل و با نماد «∨» فرمول‌بندی کرد. در کتاب‌های منطق قدیم، روش تبدیل قضیه منفصل مانع‌الجمع و مانع‌الرفع به یکدیگر به صورت زیر بیان شده است:<sup>۲</sup>

الف یا ب (مانع‌الجمع) ≡ غیرالف یا غیر ب (مانع‌الرفع)  
 به عبارت دیگر، اگر «الف یا ب» مانع‌الجمع باشد، «غیر الف یا غیر ب» مانع‌الرفع خواهد بود. بدین ترتیب قضایای مانع‌الجمع را می‌توان به قضایای مانع‌الرفع تبدیل و آن‌ها را نمادگذاری کرد. لذا در منطق جدید اگر P و Q اجزای یک قضیه مانع‌الجمع باشند، این قضیه معادل قضیه مانع‌الرفع «Q~∨P~» است. بر این اساس، در منطق جدید نیازی به نمادگذاری ویژه برای شرطی منفصل مانع‌الجمع وجود ندارد. این مطلب را براساس قواعد منطق جدید نیز به صورت زیر می‌توان بیان کرد: شرطی مانع‌الجمع به این معناست که اجزای این شرطی هم‌زمان صادق نخواهند بود. لذا می‌توان آن را به صورت «P∧Q»~ نوشت. حال براساس «قوانین دمورگان»، این گزاره معادل «Q~∨P~» خواهد بود که همان نتیجه ذکر شده در منطق قدیم را در پی دارد.

۳. **منفصله حقیقی:** از آنجا که شرطی منفصل حقیقی معادل دو قضیه مانع‌الرفع و مانع‌الجمع است، در منطق جدید نیازی به نمادگذاری ویژه برای آن وجود ندارد و می‌توان آن را با ترکیب عطفی دو قضیه مانع‌الجمع و مانع‌الرفع نمادگذاری کرد:

$$\text{(منفصل مانع‌الجمع} + \text{منفصل مانع‌الرفع} = \text{منفصل حقیقی)}$$

$$(P\vee Q) \wedge (\sim P \wedge \sim Q)$$

### قانون دمورگان

قانون دمورگان در منطق جدید بیان می‌کند که:

$$\sim(P\vee Q) \equiv \sim P \wedge \sim Q$$

محتوای این قاعده در منطق قدیم در بحث نقیض قضایای شرطی منفصل مورد استفاده قرار گرفته، گرچه برای آن نام خاصی وضع نشده است.<sup>۳</sup> بر این اساس، نقیض شرطی منفصل مانع‌الرفع «الف یا ب» به صورت «غیرالف و غیرب» خواهد بود. چنان که ذکر شد، سایر شرطی‌های منفصل (مانع‌الجمع

و حقیقیه) را نخست به مانع‌الرفع تبدیل می‌کنیم و سپس از طریق این قانون، نقیض آن‌ها را مشخص می‌سازیم.

### ترکیب شرطی

قضیه شرطی متصل (اگر الف آن‌گاه ب) در منطق قدیم، به صورت « $P \Rightarrow Q$ » نمادگذاری می‌شود که جدول ارزش آن براساس ارزش هر یک از مقدم و تالی به صورت زیر است:

P	Q	$P \Rightarrow Q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

### ترکیب دو شرطی

ترکیب دو شرطی، از ترکیب عطفی دو گزاره شرطی به دست می‌آید. لذا همان‌طور که گفته شد، از آنجا که در منطق قدیم، ترکیب عطفی به صورت مستقل مورد توجه نبوده، ترکیب دو شرطی نیز مورد توجه قرار نگرفته است.

(اگر ب آن‌گاه الف) و (اگر الف آن‌گاه ب) = الف دو شرطی ب

$$P \Leftrightarrow Q \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$$

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

همانگونه که در جدول ارزش ترکیب دوشروطی مشاهده می‌شود، با وضع هر یک از طرفین دو شرطی می‌توان طرف دیگر را به دست آورد و با رفع هر یک از طرفین، به رفع طرف دیگر دست یافت.

### قاعده استلزام

محتوای این قاعده که در منطق ریاضی «قاعده استلزام» نامیده می‌شود، در کتاب «ریاضی و آمار (۲)» ذکر شده، اما به نام آن اشاره نشده است. این قاعده در منطق جدید بیان می‌کند که:

$$P \Rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$$

در منطق قدیم و در بحث تبدیل قضیه شرطی متصل به شرطی منفصل و برعکس، از محتوای این قاعده استفاده شده است، اما آن را نام‌گذاری نکرده‌اند.<sup>۴</sup> این قاعده بیان می‌کند که قضیه منفصل مانع‌الرفعی که از نقیض مقدم و عین تالی یک قضیه شرطی متصل پدید آمده باشد، با آن قضیه شرطی متصل معادل است. از این نکته در کتاب درسی منطق قدیم پایه دهم استفاده شده است. در مثال ابتدای درس نهم آن کتاب آمده است:

اگر باران نبارد، آن‌گاه خشک‌سالی می‌شود.

یا باران می‌بارد یا خشک‌سالی می‌شود.

ملاحظه می‌شود که این دو قضیه از طریق قاعده استلزام معادل یکدیگر هستند. البته در سطح کتاب دبیرستان به این مطلب اشاره نشده است.

### قیاس استثنایی

در کتاب «ریاضی و آمار (۲)» علوم انسانی پایه یازدهم، قاعده وضع مقدم به زبان منطق جدید بیان شده است:

چنان‌که از جدول ارزش شرطی متصل به دست می‌آید، در صورتی که مقدم شرطی کاذب (نادرست) باشد، گزاره شرطی در منطق جدید، حتماً صادق (درست) خواهد بود. در کتاب «ریاضی و آمار (۲)» این مطلب به صورت زیر بیان شده است: «وقتی که ارزش مقدم گزاره شرطی یعنی P، نادرست باشد، همواره « $P \Rightarrow Q$ » دارای ارزش درست است و درست یا نادرست بودن Q تأثیری در ارزش گزاره « $P \Rightarrow Q$ » ندارد. بنابراین در هر یک از دو حالت مذکور، گزاره شرطی به انتفای مقدم دارای ارزش درست است.»

این امر نشان می‌دهد که می‌توان در منطق جدید، گزاره‌هایی بیان کرد که میان مقدم و تالی آن‌ها ارتباطی وجود نداشته باشد، اما به دلیل کاذب بودن مقدم، کل گزاره شرطی صادق باشد! این مطلب را به عنوان یکی از اشکالات منطق جدید مطرح کرده‌اند و برای رفع آن پیشنهاداتی ارائه شده است که یکی از آن‌ها توجه به منطق مکملی به نام «منطق ربط» است. از آنجا که پرداختن به این بحث دامنه‌دار است، در اینجا از بیان آن صرف‌نظر می‌کنیم.

### عکس نقیض قضیه شرطی متصل

در منطق قدیم، در صورتی که مقدم و تالی قضیه شرطی متصل را نقیض و جای آن‌ها را با هم عوض کنیم، به عکس نقیض قضیه نخست می‌رسیم که معادل قضیه نخست است:

اگر الف آن‌گاه ب = اگر غیر ب آن‌گاه غیر الف

این مطلب به دلیل حجم زیاد کتاب درسی، در کتاب منطق پایه دهم دبیرستان ذکر نشده است، اما فرمول‌بندی ریاضی آن در کتاب «ریاضی و آمار (۲)» علوم انسانی به صورت زیر بیان شده است:

$$P \Rightarrow Q \equiv \sim Q \Rightarrow \sim P \text{ (قاعده عکس نقیض)}$$

اگر الف آن گاه ب  
الف  
-----  
ب  
∴ ب

### قضایای حملی

ساختار قضایای حملی محصوره چهارگانه به زبان نمادین منطق جدید در جدول زیر ذکر شده است. در صورتی که

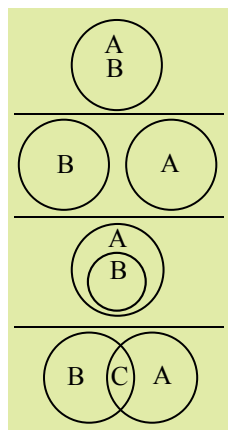
منطق جدید		منطق قدیم
دامنه مقید	دامنه غیر مقید <sup>۵</sup>	
$\forall x; (Bx)$	$\forall x; (Ax \Rightarrow Bx)$	هر الف ب است
$\forall x; (\sim Bx)$	$\forall x; (Ax \Rightarrow \sim Bx)$	هیچ الف ب نیست
$\exists x; (Bx)$	$\exists x; (Ax \wedge Bx)$	بعضی الف ب است
$\exists x; (\sim Bx)$	$\exists x; (Ax \wedge \sim Bx)$	بعضی الف ب نیست

موضوع قضیه مشخص باشد (یعنی فرض کنیم که Ax مشخص باشد) که آن را «دامنه مقید» می نامند، می توان فرمول بندی منطق جدید برای قضایای محصوره را به صورت سستون سمت چپ (دامنه مقید) تلخیص کرد. در سطح دبیرستان و در کتاب «آمار و احتمال» رشته ریاضی و فیزیک، از دامنه مقید استفاده شده است.

ردیف	علامت	نام	مثال
۱	'	متمم مجموعه	A'
۲	$\cap$	اشتراک	$A \cap B$
۳	$\cup$	اجتماع	$A \cup B$
۴	$\subset$	زیرمجموعه	$A \subset B$
۵	$\emptyset$	مجموعه تهی	$\emptyset$

برای مثال رابطه تناقض میان سالبه کلیه و موجبه جزئی به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\sim \exists x; (Bx) \equiv \forall x; (\sim Bx)$$



### نظریه مجموعه ها

الف) نسبت های چهارگانه: به کمک نظریه مجموعه ها، می توان نسبت های میان مصادیق دو مفهوم کلی در منطق قدیم

$$P \Rightarrow Q$$

$$\frac{P}{\therefore Q}$$

بر این اساس قاعده رفع تالی در منطق قدیم نیز به صورت زیر در منطق جدید نمادگذاری می شود:

اگر الف، آن گاه ب  
غیر ب  
-----  
غیر الف  
∴ غیر الف

$$P \Rightarrow Q$$

$$\frac{\square Q}{\therefore \square P}$$

چنان که می دانیم، دو حالت باقی مانده، یعنی وضع تالی و رفع مقدم، مغالطه به شمار می آیند.

همچنین قیاس استثنایی منفصل مانعه الرفع در کتاب درسی، به زبان ریاضی به صورت زیر نوشته می شود که آن را در منطق جدید، «قاعده قیاس انفصالی» می نامند:

$$P \vee Q$$

$$\sim P$$


---


$$\therefore Q$$

### سورها و نقیض آنها

بحث سورهای ریاضی در کتاب «ریاضی و آمار (۲)» رشته انسانی مطرح نشده است و تنها در کتاب «آمار و احتمال» رشته ریاضی و فیزیک آمده است. با وجود این، مقایسه کوتاهی میان این مبحث و منطق قدیم (که در کتاب منطق علوم انسانی مطرح شده است) خالی از فایده نیست.

در منطق ریاضی، عبارت «به ازای هر» یا «به ازای جمیع مقادیر» را با نماد « $\forall$ » نشان می دهند و سور عمومی می نامند. در مقابل، عبارت «به ازای بعضی مقادیر» یا «وجود دارد» را با نماد « $\exists$ » نشان می دهند و سور وجودی می نامند. همچنین در روابط ریاضی، سور عمومی و سور وجودی نقیض یکدیگر به شمار می آیند:  $\forall \equiv \sim \exists$  و  $\sim \forall \equiv \exists$ .

در منطق قدیم نیز از سور کلی «هر» (برای قضایای موجبه) و «هیچ» (برای قضایای سالبه) و سور جزئی «بعضی» استفاده می شود و در حالت تناقض، سورهای کلی و جزئی به یکدیگر تبدیل می شوند.

را به صورت زیر نشان داد:

رابطه «تساوی» در منطق قدیم:

$$(A \cap B) \wedge (A \cup B) = A = B$$

رابطه تساوی را به صورت این رابطه نیز می توان نوشت:

$$(A \subset B) \wedge (B \subset A)$$

رابطه «تباین» در منطق قدیم:  $A \cap B = \emptyset$

رابطه «عموم و خصوص مطلق»  $(A > B)$  در منطق قدیم:

$$[(A \cap B) = B] \wedge [(A \cup B) = A]$$

خصوص مطلق  $(A > B)$  در حقیقت رابطه یک مجموعه با

زیرمجموعه غیر تهی کوچک تر از خودش است:  $(B \subset A)$

رابطه «عموم و خصوص من وجه» در منطق قدیم:  $A \cap B = C$



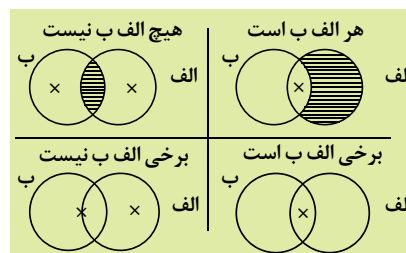
رابطه میان دو مفهوم کلی و یا نقیض یکی از آن ها در منطق

قدیم را می توان به کمک هاشور زدن نمودارهای ون و اوپلر

به راحتی مشخص کرد. مثلاً رابطه میان انسان و غیر حیوان

بر اساس شکل بالا تباین است.

**ب) قضایای محصوره:** بر اساس نظریه مجموعه ها می توان



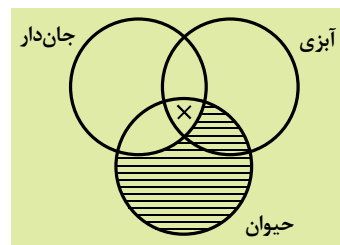
قضایای محصوره در منطق قدیم را نمایش داد. لازم به ذکر

است که در کتاب های منطق ریاضی، اشتراک دو مجموعه را با

هاشور نمایش می دهند، ولی در کتاب های منطق جدید، معمولاً

قسمت غیر مشترک، هاشور زده می شود. همچنین یک عضو

فرضی با علامت ضربدر مشخص می شود.



**ج) قیاس اقترانی:** از نظریه مجموعه ها برای بررسی

نتیجه قیاس اقترانی نیز استفاده می شود. از آنجا که در

مبحث نظریه مجموعه ها در کتاب ریاضی دبیرستان اشاره

مختصری به نمودارها شده است، در اینجا تنها به یک مثال از

نمایش نموداری قیاس اقترانی اکتفا می شود.<sup>۶</sup>

۱. هر حیوانی جاندار است

۲. بعضی حیوان ها آبی هستند.

∴ برخی جانداران آبی هستند.

### پی نوشت ها

۱. در برخی از کتاب های منطق جدید، علامت دو شرطی و هم ارزی یکسان است.

۲. خواجه نصیر می نویسد: «چه عکس نقیض آنچه مانع جمع باشد، مانع خلو بود و عکس نقیض آنچه مانع خلو باشد، مانع جمع بود.» [طوسی، ۱۳۷۵: ۱۳۷].

۳. حالت دیگر قانون دمورگان که بیان می کند: مورد استفاده قرار گرفته است، اما به عنوان قانونی مستقل شناسایی و نام گذاری نشده است. [فلاحی، ۱۳۹۵: ۳۸].

۴. در کتاب منطق مظفر آمده است: «منفصله مانع الخلو: این منفصله فقط مستلزم دو متصله اخیر است که مقدم هر یک از آن ها نقیض یکی از دو طرف و تالی آن عین طرف دیگر است» (ص ۲۷۶).

۵. نگارش قضایای محصوره به صورت ذکر شده در دامنه غیرمقید، بحث عدم «پیش فرض وجودی» در قضایای کلیه را در منطق جدید مطرح می کند که به دلیل عدم ذکر دامنه غیرمقید در کتاب درسی و طولانی بودن این بحث، در این مقاله به آن پرداخته نشده است.

۶. برای مطالعه بیشتر، نک نبوی، ۱۳۸۹: ۱۰۴ - ۱۰۰.

۷. برای مطالعه بیشتر، نک حیدری، ۱۳۸۹: ۲۸۹ - ۲۷۶.

### منابع

۱. آمار و احتمال، (۱۳۹۸)، کتاب درسی دبیرستان، پایه یازدهم، رشته ریاضی و فیزیک.

۲. تیدمن، پل و هاوارد کهپین (۱۳۸۳). منطق محمول ها (درآمدی نو به منطق نمادین). ترجمه رضا اکبری. انتشارات دانشگاه امام صادق. تهران.

۳. حیدری، داود (۱۳۸۹). منطق استدلال (منطق حملی). دانشگاه علوم اسلامی رضوی. مشهد.

۴. خواجه نصیر طوسی (۱۳۷۵). اساس الاقتباس. تصحیح سید عبدالله انوار. نشر مرکز. تهران.

۵. ریاضی و آمار (۲). (۱۳۸۹). کتاب درسی دبیرستان، پایه یازدهم، رشته علوم انسانی.

۶. فلاحی، اسدالله (۱۳۹۵). منطق تطبیقی. انتشارات سمت. تهران.

۷. مظفر (۱۳۸۱). منطق. ترجمه انشاءالله رحمتی و مجید حمیدزاده. انتشارات حکمت.

۸. منطق، کتاب درسی دبیرستان، پایه دهم، رشته علوم انسانی، ۱۳۹۸.

۹. نبوی، لطف الله (۱۳۸۹). مبانی منطق و روش شناسی. انتشارات دانشگاه تربیت مدرس. تهران.